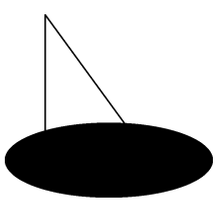
# 7.5 三角形内角和定理

## 课时 1 三角形内角和定理

1. 在△$ABC$中，$\angle A-\angle B=35°$，$\angle C=55°$，则$\angle B$等于(　C　).
A. 50°　　B. 55°　　C. 45°　　D. 40°

2. 在△$ABC$中，$\angle A+\angle B=120°$，$\angle C=\angle A$，则△$ABC$是(　D　).
A. 钝角三角形　　B. 等腰直角三角形
C. 直角三角形　　D. 等边三角形

3. 马小虎同学在作业本上画了一个三角形，但不小心撒上了墨水，遮挡了一部分，如图7-5-1，那么被遮住的两个角不可能是(　B　).
A. 两个锐角　　B. 两个钝角
C. 一个锐角，一个钝角　　D. 一个锐角，一个直角


图7-5-1

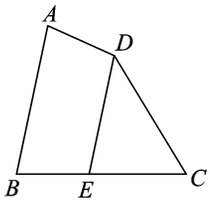


图7-5-2

4. 如图7-5-2，在四边形$ABCD$中，点$E$在$BC$上，$AB\parallel DE$，$\angle B=78°$，$\angle C=60°$，则$\angle EDC$的度数为(　A　).
A. 42°　　B. 60°　　C. 78°　　D. 80°

5. (2012·广东肇庆中考·3题·3分)如图7-5-3，已知$D$，$E$在△$ABC$的边上，$DE\parallel BC$，$\angle B=60°$，$\angle AED=40°$，$\angle A$的度数为(　C　).
A. 100°　　B. 90°　　C. 80°　　D. 70°

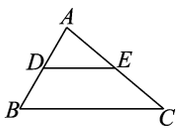


图7-5-3

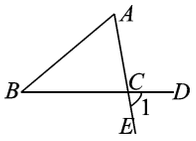


图7-5-4

6. (2012·福建泉州中考·15题·4分)如图7-5-4，在△$ABC$中，$\angle A=60°$，$\angle B=40°$，点$D$，$E$分别在$BC$，$AC$的延长线上，则$\angle 1=$ 80° .

7. 学习了三角形内角和定理的证明后，爱动脑的聪聪又想出了一种证明方法，如图7-5-5，请你根据他添加的辅助线，完成证明过程.
如图7-5-5，已知△$ABC$. 求证：$\angle A+\angle B+\angle C=180°$.

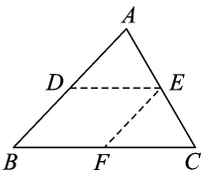


图7-5-5

【证明】在$AB$上任取一点$D$，过点$D$作$DE\parallel BC$，交$AC$于点$E$，过点$E$作$EF\parallel AB$，交$BC$于点$F$.
因为$DE\parallel BC$，$EF\parallel AB$，
所以$\angle C=\angle AED$，$\angle A=\angle FEC$，$\angle B=\angle EFC=\angle DEF$.
因为$\angle DEF+\angle FEC+\angle AED=180°$，
所以$\angle B+\angle A+\angle C=180°$.

8. 如图7-5-6，在△$ABC$中，$AD$是高，$E$是$AC$边上一点，$BE$与$AD$交于点$F$，$\angle ABC=45°$，$\angle BAC=75°$，$\angle AFB=120°$.
求证：$BE\perp AC$.

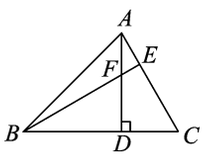


图7-5-6

【证明】∵ $AD$是高(已知)，
∴ $\angle ADB=90°$(垂直的定义).
∵ $\angle ABC+\angle ADB+\angle BAD=180°$(三角形内角和定理)，
$\angle ABC=45°$(已知)，
∴ $\angle BAD=45°$(余角的定义).
∵ $\angle BAC=75°$(已知)，
∴ $\angle DAC=\angle BAC-\angle BAD=30°$(等式的性质).
∵ $\angle AFB+\angle AFE=180°$(平角的性质)，$\angle AFB=120°$(已知)，
∴ $\angle AFE=180°-\angle AFB=60°$(等式的性质).
∵ $\angle AFE+\angle AEF+\angle DAC=180°$(三角形内角和定理)，
∴ $\angle AEF=180°-\angle AEF-\angle DAC=90°$(等式的性质).
∴ $BE\perp AC$(垂直的定义).

**附加题**

9. 如图7-5-7，已知$AB\parallel CD$，直线$EF$分别交$AB$，$CD$于点$E$，$F$，$\angle BEF$的平分线与$\angle DFE$的平分线相交于点$P$. 求证：$\angle P=90°$.

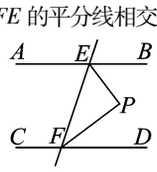
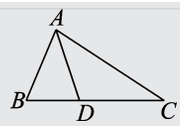


图7-5-7

【证明】∵ $AB\parallel CD$，∴ $\angle BEF+\angle DFE=180°$.
又∵ $EP$是$\angle BEF$的平分线，$FP$是$\angle DFE$的平分线，
∴ $\angle PEF=\frac{1}{2}\angle BEF$，$\angle PFE=\frac{1}{2}\angle DFE$.
∴ $\angle PEF+\angle PFE=\frac{1}{2}(\angle BEF+\angle DFE)=90°$.
∵ $\angle PEF+\angle PFE+\angle P=180°$，∴ $\angle P=90°$.

◆**要点1　三角形内角和定理**　(链接第1~9题)
**要点解读：**三角形三个内角的和等于180°，因此已知两个角的度数可求第三个角的度数，或者已知三个角之间的关系可求出三个角的度数.
**【例1】** 若一个三角形的三个内角的度数比为3∶4∶7，则这个三角形的最大内角的度数为(　　).
A. 90°　　B. 75°　　C. 60°　　D. 120°
**分析：**已知三角形三个内角的度数之比，可设一份为$k°$，根据三角形的内角和等于180°，列方程为$3k+4k+7k=180$，解得$7k=90$. 所以最大的内角是90°. 故选A.
**答案：**A.

**【例2】** (2012·云南中考·5题·3分)如图，在△$ABC$中，$\angle B=67°$，$\angle C=33°$，$AD$是△$ABC$的角平分线，则$\angle CAD$的度数为(　　).
A. 40°　　B. 45°　　C. 50°　　D. 55°



(例2图)

**分析：**因为$\angle B=67°$，$\angle C=33°$，由三角形内角和为180°，可知$\angle BAC=180°-\angle B-\angle C=80°$. 又因为$AD$是$\angle BAC$的平分线，所以$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle BAC=40°$. 故选A.
**答案：**A.

## 课时 2 三角形的外角

1. 如果一个三角形的一个外角等于与它相邻的内角,那么这个三角形是( A ).
A. 直角三角形 B. 锐角三角形
C. 钝角三角形 D. 等边三角形

2. 将一副常规的三角尺按如图 7-5-8 的方式放置,则图中 $\angle AOB$ 的度数为( C ).
A. 75° B. 95° C. 105° D. 120°

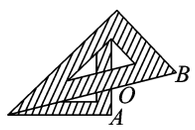


图 7-5-8

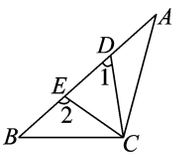


图 7-5-9

3. 如图 7-5-9,$\angle A$,$\angle 1$,$\angle 2$ 的大小关系是( B ).
A. $\angle A>\angle 1>\angle 2$ B. $\angle 2>\angle 1>\angle A$
C. $\angle A>\angle 2>\angle 1$ D. $\angle 2>\angle A>\angle 1$

【分析】∵ $\angle 1$ 是 $\triangle ACD$ 的外角,∴ $\angle 1>\angle A$. ∵ $\angle 2$ 是 $\triangle CDE$ 的外角,∴ $\angle 2>\angle 1$. ∴ $\angle 2>\angle 1>\angle A$. 故选 B.

4. 如图 7-5-10,$\angle x$ 的两条边被一直线所截,用含 $\alpha$ 和 $\beta$ 的式子表示 $\angle x$ 为( B ).
A. $\alpha-\beta$ B. $\beta-\alpha$
C. $180°-\alpha+\beta$ D. $180°-\alpha-\beta$

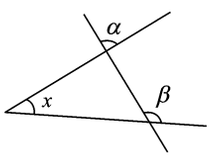


图 7-5-10

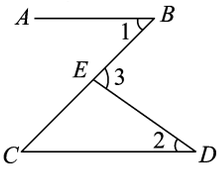


图 7-5-11

5. (2014·浙江温州中考·12 题·5 分)如图 7-5-11,直线 $AB$,$CD$ 被 $BC$ 所截,若 $AB\parallel CD$,$\angle 1=45°$,$\angle 2=35°$,则 $\angle 3=$ 80° .
【分析】∵ $AB\parallel CD$,$\angle 1=45°$,∴ $\angle C=\angle 1=45°$. 又∵ $\angle 2=35°$,∴ $\angle 3=\angle 2+\angle C=35°+45°=80°$.

6. (2014·湖北黄冈中考·12 题·3 分)如图 7-5-12,若 $AD\parallel BE$,且 $\angle ACB=90°$,$\angle CBE=30°$,则 $\angle CAD=$ 60° .

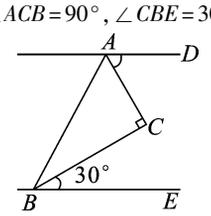
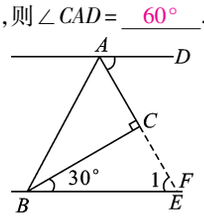


图 7-5-12



(第 6 题图)

【分析】如图,延长 $AC$ 交 $BE$ 于点 $F$. ∵ $\angle ACB=90°$,∴ $\angle BCE=90°$. ∵ $\angle CBE=30°$,∴ $\angle 1=\angle BCE-\angle CBE=60°$. ∵ $AD\parallel BE$,∴ $\angle CAD=\angle 1=60°$.

7. 如图 7-5-13,已知 $\triangle ABC$ 中,$\angle A=40°$,剪去 $\angle A$ 后形成四边形,则 $\angle 1+\angle 2=$ 220° .

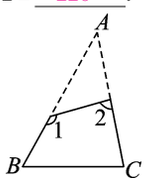
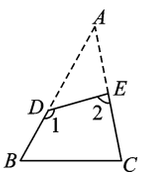


图 7-5-13



(第 7 题图)

【分析】如图,$\angle 1+\angle 2=\angle AED+\angle A+\angle ADE+\angle A=180°+40°=220°$.

8. 如图 7-5-14,在 $\triangle ABC$ 中,$\angle B=\angle C$,$FD\perp BC$,$DE\perp AB$,$\angle AFD=158°$,则 $\angle EDF=$ 68° .
【分析】因为 $FD\perp BC$,$\angle AFD=158°$,所以 $\angle B=\angle C=68°$. 又因为 $DE\perp AB$,所以 $\angle BDE=22°$,所以 $\angle EDF=68°$.

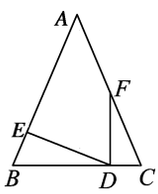


图 7-5-14

9. 如图 7-5-15,已知 $E$ 是 $AB$,$CD$ 外一点,$\angle D=\angle B+\angle E$,求证:$AB\parallel CD$.
【证明】∵ $\angle D=\angle B+\angle E$(已知),
$\angle BFD=\angle B+\angle E$(三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和),
∴ $\angle D=\angle BFD$(等式的性质),
∴ $AB\parallel CD$(内错角相等,两直线平行).

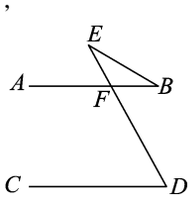


图 7-5-15

10. 如图 7-5-16,点 $O$ 是 $\triangle ABC$ 内的任意一点. 求证:$\angle BOC=\angle A+\angle ABO+\angle ACO$.
【证明】方法一:延长线段 $CO$ 交 $AB$ 于点 $D$.
因为 $\angle BOC$ 是 $\triangle BOD$ 的外角,
所以 $\angle BOC=\angle ABO+\angle BDO$.
因为 $\angle BDO$ 是 $\triangle ACD$ 的外角,
所以 $\angle BDO=\angle A+\angle ACO$.
所以 $\angle BOC=\angle A+\angle ABO+\angle ACO$.
方法二:连接 $AO$ 并延长至点 $D$.
因为 $\angle BOD$ 是 $\triangle BOA$ 的外角,
所以 $\angle BOD=\angle ABO+\angle BAO$.
因为 $\angle COD$ 是 $\triangle ACO$ 的外角,
所以 $\angle COD=\angle CAO+\angle ACO$.
所以 $\angle BOC=\angle A+\angle ABO+\angle ACO$.

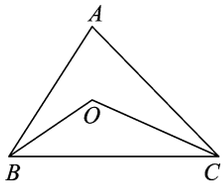


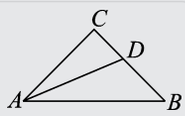
图 7-5-16

◆要点 2 三角形的外角 (链接第 1~10 题)

**要点解读:**三角形外角的性质:三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和. 三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角. 三角形外角的性质可用来证明一个角等于两个角的和,即证明三个角的和差关系;还可以证明角的不等关系,常通过作辅助线使大角在外角位置上,小角在内角位置上,再结合相关性质证明;还可求解有关角的度数问题.

【例 3】 如图,在 $\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,$AC=BC$,$AD$ 平分 $\angle CAB$,求 $\angle BAD$ 和 $\angle BDA$ 的度数.

**分析:**根据三角形的内角和是 180°,可求 $\angle CAB=\angle B=45°$. 又由 $AD$ 平分 $\angle CAB$,可求 $\angle BAD=22.5°$. 再根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和,可求 $\angle BDA$ 的度数.



(例 3 图)

**解:**在 $\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,$AC=BC$,
∴ $\angle CAB=\angle B=45°$.
∵ $AD$ 平分 $\angle CAB$,
∴ $\angle BAD=\angle DAC=22.5°$,
∴ $\angle BDA=\angle DAC+\angle C=112.5°$.

# 综合提升训练 7.5

## 基础闯关

### 一、选择题

1. 若一个三角形三个内角度数的比为 2∶3∶4，那么这个三角形是(　B　).
A. 直角三角形　　B. 锐角三角形
C. 钝角三角形　　D. 等边三角形

2. 已知等腰三角形的一个内角为 70°，则另外两个内角的度数是(　C　).
A. 55°,55°　　B. 70°,40°
C. 55°,55°或 70°,40°　　D. 以上都不对

3. 如图 7－5－17，如果 ∠1 = 110°，∠2 = 140°，那么 ∠3 等于(　A　).
A. 110°　　B. 160°　　C. 137°　　D. 115°

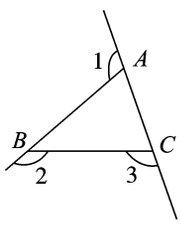


图 7－5－17

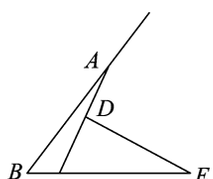


图 7－5－18

4. 如图 7－5－18，点 $D$ 在 $\triangle ABC$ 的边 $AC$ 上，则 $\angle ADE$ 与 $\angle B$ 的大小关系是(　A　).
A. $\angle ADE > \angle B$　　B. $\angle ADE < \angle B$
C. $\angle ADE = \angle B$　　D. 无法确定

### 二、填空题

5. 如图 7－5－19，已知 $AB \parallel CD$，$\angle DEF = 50°$，$\angle D = 80°$，则 $\angle B$ 的度数是 50° .

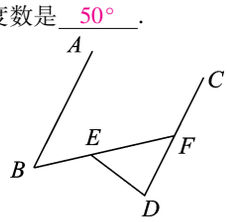


图 7－5－19

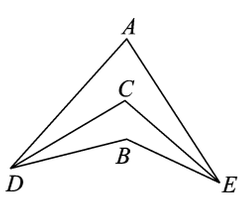


图 7－5－20

6. 如图 7－5－20，$DC$ 平分 $\angle ADB$，$EC$ 平分 $\angle AEB$，若 $\angle DAE = \alpha$，$\angle DBE = \beta$，则 $\angle DCE =$ $\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$ (用 $\alpha$，$\beta$ 表示).

【分析】因为 $\angle ADB = 2\angle ADC$，$\angle AEB = 2\angle AEC$，又 $\angle DCE = \angle A + \angle ADC + \angle AEC$，$\angle DBE = \angle A + \angle ADB + \angle AEB = \angle A + 2\angle ADC + 2\angle AEC$，所以 $2\angle DCE = 2\alpha + 2\angle ADC + 2\angle AEC$ ①，$\beta = \alpha + 2\angle ADC + 2\angle AEC$ ②. ①－②得 $2\angle DCE - \beta = \alpha$，即 $\angle DCE = \frac{1}{2}(\alpha+\beta)$.

### 三、解答题

7. 如图 7－5－21，已知点 $D$ 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACE$ 的平分线与 $BA$ 的延长线的交点.
求证：$\angle BAC > \angle B$.

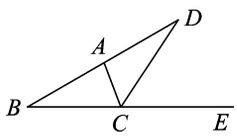


图 7－5－21

【证明】因为 $\angle BAC$ 是 $\triangle ACD$ 的外角，
所以 $\angle BAC > \angle ACD$.
因为 $\angle DCE$ 是 $\triangle BCD$ 的外角，
所以 $\angle DCE > \angle B$.
又因为 $CD$ 平分 $\angle ACE$，所以 $\angle ACD = \angle DCE$.
所以 $\angle BAC > \angle B$.

## 综合强化

### 四、综合应用题

8. 已知，如图 7－5－22，$BD$ 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，$CD$ 为 $\triangle ABC$ 的外角平分线，且与 $BD$ 相交于点 $D$.
(1)指出图中 $\angle ACE$，$\angle 2$ 分别是哪个三角形的外角.
(2)求证：$\angle A = 2\angle D$.

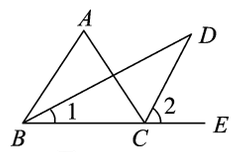


图 7－5－22

(1)【解】$\angle ACE$ 是 $\triangle ABC$ 的外角，$\angle 2$ 是 $\triangle BCD$ 的外角.
(2)【证明】因为 $\angle ACE$ 是 $\triangle ABC$ 的外角，
所以 $\angle ACE = \angle ABC + \angle A$.
因为 $\angle 2$ 是 $\triangle BCD$ 的外角，所以 $\angle 2 = \angle 1 + \angle D$.
因为 $CD$ 为 $\triangle ABC$ 的外角平分线，所以 $\angle ACE = 2\angle 2$.
所以 $\angle ABC + \angle A = 2(\angle 1 + \angle D)$.
因为 $BD$ 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，
所以 $\angle ABC = 2\angle 1$，所以 $\angle A = 2\angle D$.

## 考场 中考在线

1. (2014·陕西中考·7 题·3 分)如图 7－5－23，$AB \parallel CD$，$\angle A = 45°$，$\angle C = 28°$，则 $\angle AEC$ 的大小为(　D　).
A. 17°　　B. 62°　　C. 63°　　D. 73°

【分析】∵ $AB \parallel CD$，∴ $\angle ABC = \angle C = 28°$. ∵ $\angle A = 45°$，∴ $\angle AEC = \angle A + \angle ABC = 28° + 45° = 73°$. 故选 D.

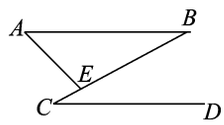


图 7－5－23

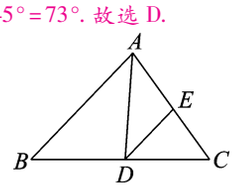


图 7－5－24

2. (2014·湖南邵阳中考·5 题·3 分)如图 7－5－24，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B = 46°$，$\angle C = 54°$，$AD$ 平分 $\angle BAC$，交 $BC$ 于点 $D$，$DE \parallel AB$，交 $AC$ 于点 $E$，则 $\angle ADE$ 的大小是(　C　).
A. 45°　　B. 54°　　C. 40°　　D. 50°

【分析】∵ $\angle B = 46°$，$\angle C = 54°$，∴ $\angle BAC = 180° - \angle B - \angle C = 180° - 46° - 54° = 80°$. ∵ $AD$ 平分 $\angle BAC$，∴ $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$. ∵ $DE \parallel AB$，∴ $\angle ADE = \angle BAD = 40°$. 故选 C.

3. (2014·湖南张家界中考·2 题·3 分)如图 7－5－25，已知 $a \parallel b$，$\angle 1 = 130°$，$\angle 2 = 90°$，则 $\angle 3 =$(　C　).
A. 70°　　B. 100°　　C. 140°　　D. 170°

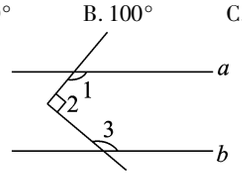
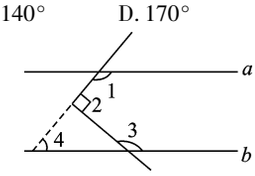


图 7－5－25



(第 3 题图)

【分析】如图，延长 $\angle 1$ 的边与直线 $b$ 相交. ∵ $a \parallel b$，∴ $\angle 4 = 180° - \angle 1 = 180° - 130° = 50°$. 由三角形的外角性质，可得 $\angle 3 = \angle 2 + \angle 4 = 90° + 50° = 140°$. 故选 C.

4. (2014·江西抚州中考·11 题·3 分)如图 7－5－26，$a \parallel b$，$\angle 1 + \angle 2 = 75°$，则 $\angle 3 + \angle 4 =$ 105° .

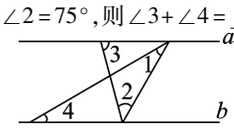
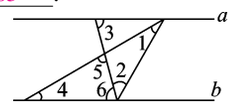


图 7－5－26



(第 4 题图)

【分析】如图，∵ $a \parallel b$，∴ $\angle 3 = \angle 6$. 又∵ $\angle 5 = \angle 1 + \angle 2 = 75°$，∴ $\angle 3 + \angle 4 = \angle 6 + \angle 4 = 180° - \angle 5 = 105°$.